

■ Curso previo de
MATEMÁTICA

PROGRAMA

ingresantes **CBC-Exactas**

GUÍAS

Prácticas

Ejercicio 1 – Calcular

$$a) -5 - (-5 - (-4)) - (-1 + 7)$$

$$b) 10 - 3 - (-3 + 5 - (-1))$$

$$c) 2 - \left(-\frac{8}{5}\right) - \frac{1}{5}$$

$$d) -\frac{19}{20} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$$

$$e) \frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$$

$$f) 3 - \frac{2}{21} - \frac{5}{9}$$

Ejercicio 2 – Calcular

$$a) -3 - (2 - (-5) - (-2 + 5))$$

$$b) 3 - 7 - (-2 + 5 - (-1 + 7))$$

$$c) 3 + \frac{2}{5} - \frac{3}{5}$$

$$d) \frac{3}{5} - \frac{1}{4} + \frac{3}{2}$$

$$e) -\frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{5}{2}$$

Ejercicio 3 – Calcular

$$a) 5(-2)(-1) - 3(-8) + 8(-1)$$

$$b) \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{14}$$

$$c) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$d) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$e) \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$$

$$f) \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{5}$$

Ejercicio 4 – Calcular

$$a) 3^2 \cdot 2^3 - (-7)^2 - (-3)(-5)$$

$$b) \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$c) \left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)^{-1} - 2^{-2} + 4^{-1} - \frac{1}{2^{-1}}$$

$$d) \sqrt[5]{-32} + 3 - \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$e) (\sqrt[3]{5})^{-2} \cdot (\sqrt[3]{5})^2 + \left(3 + \frac{1}{3}\right)^{-2}$$

Ejercicio 5 – Calcular

$$a) (-1)^3 \cdot 2^2 \cdot 3 + ((-3)^2)^3 - (-4) \cdot 2^2$$

$$b) \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^{-1} + 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + (-2)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4^{-1}}\right)$$

$$c) -\left(-\frac{7}{3}\right)^{-2} - \frac{6}{5} \left(-\frac{10}{21}\right) + (-7)^{-1} \sqrt{\frac{25}{49}}$$

$$d) \sqrt[3]{-8} + \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{18}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$e) 5 + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(5 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$f) (\sqrt[3]{2})^{-2} 2^{\left(\frac{17}{3}\right)}$$

Ejercicio 6 – Probar que:

$$a) 1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$b) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = \frac{3}{2}$$

$$c) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = \frac{5}{3}$$

$$d) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + 1}}} = \frac{8}{5}$$

Ejercicio 7 – Escribir en forma más simple

$$a) 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

$$b) 3\sqrt{2} + \sqrt{8}$$

$$c) \sqrt{72} + \sqrt{98}$$

$$d) \frac{\sqrt{3} + \sqrt{12}}{\sqrt{3} - \sqrt{12}}$$

$$e) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

Ejercicio 8 – Simplificar la escritura y eliminar los exponentes negativos

$$a) \left(\left(\frac{1}{3} \right)^4 \cdot 3^{-5} \right)^{\frac{2}{9}}$$

$$b) \left(\left(\frac{3}{7} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{7}{3} \right)^3 \right)^{\frac{2}{5}}$$

$$c) \left((81)^{\frac{3}{4}} \right)^{-\frac{2}{3}}$$

$$d) \left(\left(\frac{5}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^2 \right)^{-1}$$

$$e) \left(\left(\frac{1}{7} \right)^2 \cdot 7^{-3} \right)^{\frac{2}{5}}$$

$$f) \left((32)^{\frac{5}{2}} \right)^{-\frac{3}{2}}$$

Ejercicio 9 – Desarrollar

$$a) (x+3)(x+3)$$

$$b) (x-5)^2$$

$$c) (1-3a^2)^2$$

$$d) (2x^2 - x)^2$$

$$e) (x+5)(x-5)$$

$$f) (2x-3)(2x+3)$$

$$g) \left(-\frac{3}{4}x + \sqrt{5} \right) \left(\frac{3}{4}x + \sqrt{5} \right)$$

$$h) (a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)(a-b)$$

Ejercicio 10 – Reducir a una sola fracción

$$a) \frac{\frac{5a^3}{4b^2}}{\frac{3b}{a^2}}$$

$$b) \frac{3 + \frac{x+1}{y}}{6xy}$$

$$c) \frac{5x^2y^3}{3 + \frac{y+x^2}{y^2}}$$

$$d) \frac{\frac{5a^2b^4}{4ab^2}}{\frac{3a^3b}{a^2b^5}}$$

Ejercicio 11 – Simplificar la escritura y eliminar los exponentes negativos

$$a) \frac{3x^2y^{-3}}{2x^{-3}y^4}$$

$$b) \frac{6x^4y^{-2}}{4x^{-2}y^{-5}}$$

$$c) \frac{(3x)^2y^{-3}}{2x^3(2y)^{-4}}$$

$$d) \frac{x+y}{x^{-1}+y^{-1}}$$

$$e) \frac{x^{-2}+y^{-2}}{x^2+y^2}$$

Ejercicio 12 – Hallar el valor de x

$$a) \frac{(2x)^5}{3(x^2)^3} = \frac{7}{4}$$

$$b) (4x)^5 (8x^2)^{-3} = 1$$

$$c) \sqrt{\frac{x-4}{3}} = 2$$

$$d) \frac{2+\sqrt{2x-2}}{2} = 3$$

$$e) \sqrt[5]{x+1} = -2$$

$$f) -5 + \sqrt[3]{x+2} = -1$$

Ejercicio 13 – Hallar el valor de x

$$a) (3x-1)^3 = 8$$

$$b) (3x)^{-1} (2x)^2 = 1$$

$$c) 7 - 5\sqrt{3x+2} = -3$$

$$d) \sqrt[4]{2x+11} = 3$$

$$e) \sqrt[3]{\frac{3x-2}{2x+5}} = -2$$

$$f) x^{-\frac{1}{3}} = 2$$

$$g) x^3 \sqrt{x^{-2}} = -4$$

$$h) 2 \frac{x^2 x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}}} = 1$$

$$i) (\sqrt[5]{x})^2 x^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 14

- Una pastilla que pesa 2gr , contiene 25% de aspirina, 35% de vitamina C y el resto es excipiente ¿Cuántos gramos de cada sustancia contiene?
- En un estadio de futbol con capacidad para 70.000 personas, el 65% de las localidades son populares, el 30% plateas y el resto son palcos ¿Cuántas localidades de cada tipo hay?
- El domingo a las 15hs en el club, $\frac{2}{5}$ de los presentes jugaban hockey, $\frac{1}{4}$ jugaban fútbol y el resto miraba ¿Qué porcentaje de los presentes jugaban?
- Juan, Pedro y Luis van a cenar y deciden que Juan paga el 32% de la cuenta, Pedro el 40% y Luis el resto. Juan paga \$40 ¿Cuánto costó la cena y cuanto pagaron Pedro y Luis?
- Al comprar en un comercio, quienes pagan en efectivo pagan un 21% de impuesto al valor agregado (IVA). Los clientes que pagan con tarjeta de débito pagan lo mismo pero reciben, al mes siguiente, una devolución de 5 puntos del IVA ¿Qué porcentaje del precio pagado con la tarjeta de débito reciben como devolución?
- Un producto aumenta el 10% y a la semana siguiente vuelve a aumentar un 10% ¿Qué porcentaje aumentó en total?

Ejercicio 15

- El rendimiento de una plantación de frutales aumenta el 10% cada año, durante los primeros 4 años y luego decrece 5% por año. Si en el primer año el rendimiento fue de \$100.000 ¿Cuál será el rendimiento en el quinto año?
- Doña Josefa toma café con leche en el desayuno: se sirve una taza con $\frac{3}{4}$ de café y $\frac{1}{4}$ de leche. Cuando tomó la mitad de la taza, la vuelve a llenar con café. Repite la misma operación otras 3 veces ¿Qué proporciones de leche y café tiene la última taza que se sirvió?

Ejercicio 16

a) Un automóvil viaja a 80km/h y es pasado por una camioneta que a los 6 segundos se encuentra 44 metros mas adelante que el auto ¿A que velocidad va la camioneta?

b) Un automovilista parte de su casa que esta en el mojón que indica el km70 de una ruta. Cuando pasa por el mojón del km13 su cuentakilómetros marca 123270; a la vuelta, pasa por el mojón del km42 cuando su cuentakilómetros marca 123355 ¿Cuántos kilómetros recorrió en su viaje hasta volver a casa?

Ejercicio 17 – Resolver las siguientes ecuaciones

$$a) 7 - (-8) - x = 4 - (2 - 9)$$

$$b) 3 - (1 - x) = 4 + x - (2 + x)$$

$$c) 2(5 + 3x) = -4$$

$$d) 5(-3 + x) - (1 + x)(-2) = 2$$

$$e) \frac{1}{2} + \frac{3}{5}x - 2\left(x + \frac{2}{3}\right) = 5$$

Ejercicio 18 – Resolver las siguientes ecuaciones

$$a) \frac{2x - 5}{x + 1} = 3$$

$$b) \frac{3 - x}{5} + \frac{2 + x}{4} = x + 3$$

$$c) \frac{x + 3(x + 1)}{3(x + 1)} = 2$$

$$d) \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{5}{4}$$

$$e) \frac{2}{x + 1} - \frac{1}{2(x + 1)} = 3$$

Ejercicio 19 – Plantear la ecuación y resolverla

- a) Si al doble de un número le sumamos 4 el resultado es 14. Hallar el número.
- b) La suma de tres números enteros consecutivos es 54 ¿Cuáles son los números?
- c) La suma de un número par más los dos impares que le siguen y los dos pares que lo preceden es 968 ¿Cuál es ese número?

Ejercicio 20

Un grupo de jóvenes visita al zoológico: la quinta parte del grupo se detiene a ver a los leones, la tercera parte ve a los tigres, el triple de la diferencia entre estos dos fue a ver a las jirafas y un joven quedó sólo viendo a los osos ¿Cuántos jóvenes fueron de visita al zoológico?

Ejercicio 1 – Resolver las inecuaciones

a) $3x < -1$

b) $-3x < 2$

c) $3x - 1 < 0$

d) $2x + 3 < 0$

e) $2x + 5 < 3x + 2$

f) $-\frac{3}{2}x + 2 < 2x + 1$

g) $x^2 < 1$

h) $(x - 3)^2 < 2$

i) $(x - 2)^2 \geq 1$

j) $(3 - x)^2 + 2 < 0$

k) $(x - 3)^2 + 2 > 0$

l) $(x - 3)^2 + 2 > 3$

m) $2(x - 5)^2 - 5 < 1$

Ejercicio 2 – Resolver las inecuaciones

a) $\frac{2x + 3}{3x + 2} < 0$

b) $\frac{1 - 3x}{7x + 9} < 1$

c) $\frac{2x + 3}{5x - 7} > 2$

d) $\frac{3}{x + 1} > x + 1$

e) $(2x + 3)(3x + 2) > 0$

f) $(2x - 5)(3x + 7) < 0$

$$g) \frac{2x^2 + 3x + 5}{4x^2 + 1} > \frac{1}{2}$$

$$h) \frac{-12x^2 + 3x + 6}{-3x^2 - 1} < 4$$

$$i) \frac{6x^3 + 2x + 6}{2x^3 - 16} < 3$$

Ejercicio 3

Resolver y verificar que las siguientes inecuaciones tienen soluciones diferentes

$$\frac{1}{3x+2} < 2 \quad ; \quad \frac{1}{2} < 3x+2$$

Ejercicio 4

Si $x > 5$, cual es el menor de los siguientes números:

$$\frac{5}{x} ; \frac{5}{x+1} ; \frac{5}{x-1} ; \frac{x}{5} ; \frac{x+1}{5}$$

Ejercicio 5

Calcular las siguientes distancias

a) Distancia del 3 al 0

b) Distancia del -3 al 0

c) Distancia del 0 al 0

d) Distancia del $\frac{1}{2}$ al 0

e) Distancia del $-\sqrt{3}$ al 0

f) Distancia del 3 al 2

g) Distancia del -3 al 2

h) Distancia del -3 al -2

Ejercicio 6

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando:

- a) El módulo de cualquier número es siempre no negativo
- b) Existen números cuyo módulo es -4
- c) El módulo de 5 da 5 o -5
- d) Existen solo dos números cuyo módulo es 5

Ejercicio 7

- a) ¿Cuántos puntos hay cuya distancia al 0 sea 6?
- b) ¿Cuántos puntos hay cuya distancia al -2 sea 6?
- c) ¿Cuántos puntos hay cuya distancia al 0 sea -2?
- d) ¿Cuántos puntos hay cuya distancia al 2 sea 0?

Ejercicio 8

Resolver las ecuaciones

- a) $|x| = 2$
- b) $|x| = -2$
- c) $|x + 3| = 5$
- d) $|2x + 3| = |3x + 2|$

Ejercicio 9

Interpretar geoméricamente y resolver

- a) $|x| + |x - 1| = 2$
- b) $|x| + |x - 1| = 1$
- c) $|x - 1| - |x + 5| = 7$
- d) $|x - 1| - |x - 3| = 2$

Ejercicio 10**Interpretar geoméricamente y resolver**

a) $|x| < 2$

b) $|x-1| < 2$

c) $|x+1| < 2$

d) $|x| \geq 3$

e) $|x-1| > 5$

f) $|x+3| \geq 2$

g) $|x-1| < |x-2|$

h) $|x+1| < |x+5|$

i) $|x-7| \leq |x-9|$

j) $|x+2| \leq |x-3|$

Ejercicio 11**Representar en una recta los siguientes conjuntos y describirlos analíticamente:**

1) $(-1, 5)$

2) $(-1, 5) \cup (6, 11)$

3) $(-1, 5) \cup (0, 8)$

4) $(-1, 5) \cup (-3, 7)$

5) $(-1, 5) \cap (2, 7)$

6) $[-1, 5]$

7) $[-1, 5] \cup [6, 10]$

8) $[-2, 3] \cup [2, 4]$

$$9) [-2, 3] \cap [0, 8]$$

$$10) [-2, 3)$$

$$11) [-2, 3) \cup [3, 4]$$

Ejercicio 12

Demostrar e interpretar geoméricamente que, dados $C \in \mathbb{R}, R \in \mathbb{R}, R > 0$

$$a) \{x \in \mathbb{R} / |x - C| < R\} = (C - R, C + R)$$

$$b) \{x \in \mathbb{R} / |x - C| \leq R\} = [C - R, C + R]$$

$$c) \{x \in \mathbb{R} / |x - C| > R\} = (-\infty, C - R) \cup (C + R, +\infty)$$

$$d) \{x \in \mathbb{R} / |x - C| \geq R\} = (-\infty, C - R] \cup [C + R, +\infty)$$

Ejercicio 13

Sean a, b y c tales que $a > c$ y $b > c$

Sabiendo que $|a - c| = 3$ y que $|b - c| = 7$

Hallar geoméricamente $|a - b|$. Luego calcularla analíticamente.

Ejercicio 14

Sean a, b y c tales que $a < c$ y $b > c$

Sabiendo que $|a - c| = 5$ y que $|b - c| = 4$

Hallar geoméricamente $|a - b|$. Luego calcularlo analíticamente

Ejercicio 15

Dados $a, b \in \mathbb{R}, a < b$, se define el punto medio entre a y b como el número

$$C = \frac{a + b}{2} \text{ (también llamado promedio)}$$

- a) Mostrar que $a < C < b$ y que $C - a = b - C = \frac{b-a}{2}$. Interpretar geoméricamente
- b) Mostrar que $(a, b) = \left\{ x \in \mathbb{R} / |x - C| < \frac{b-a}{2} \right\}$ Interpretar geoméricamente

Ejercicio 16
Completar como en la primera fila

Módulo	Distancia	Desigualdades	Intervalo	Gráfico
$ x - 3 \leq 2$	$d(x, 3) \leq 2$	$-1 \leq x \leq 5$	$[1; 5]$	
$ x - 2 \leq 3$				
	$d(x, -1) \leq 2$			
		$-3 \leq x \leq 2$		
			$[-4; 4]$	

Ejercicio 17

Hallar geoméricamente el intervalo (a, b) sabiendo que su punto medio es 1 y que $|a - b| = 8$.
 Luego hacerlo analíticamente.

Ejercicio 18

Resolver geoméricamente

Sean a y $b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Sean:

- c el promedio entre a y b
- d el promedio entre a y c
- e el promedio entre c y b

Comparar los números a, b, c, d y e
 ¿Y analíticamente?

Ejercicio 19

Demostrar geoméricamente que si C es el punto medio entre a y b ($a < b$) entonces

a) $\{x \in \mathbb{R} / |x - a| < |x - b|\} = (-\infty, c)$

b) $\{x \in \mathbb{R} / |x - b| < |x - a|\} = (c, +\infty)$

c) $\{x \in \mathbb{R} / |x - a| = |x - b|\} = \{c\}$

¿Y analíticamente?

Ejercicio 1 – Resolver

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $3x^2 - 12x - 15 = 0$

c) $x + \frac{6}{x} = 5$

d) $(x+1)^2 + 3 = 0$

e) $(2x+3)^2 - 9 = 0$

f) $(2x+3)(7x-1) = 0$

g) $\frac{(x-1)^5 + 2}{2} = 1$

h) $(x-1)(x+1) = 3$

Ejercicio 2

Escribir en la forma $k \cdot (x + a)^2 + b$ y hallar raíces

a) $x^2 + x - 1$

b) $x^2 - 2x + 1$

c) $x^2 - 5x + 5$

d) $x^2 - x$

e) $2x^2 - x + 5$

f) $\frac{7}{2}x^2 - \frac{x}{5} + 1$

Ejercicio 3

Escribir en la forma $ax^2 + bx + c$ y hallar raíces

a) $(x-1)^2 + 2$

b) $3(x+1)^2 + 2$

c) $(x-1)(x+1)$

d) $x(x-5)$

Ejercicio 4

Hallar el máximo o mínimo, según corresponda

- a) $y = x^2$
- b) $y = x^2 + 2$
- c) $y = -x^2 - \frac{1}{5}$
- d) $y = (x-1)^2 + 2$
- e) $y = -2(x+3)^2 + 1$
- f) $y = x^2 - 2x + 5$
- g) $y = -3x^2 + 2x + 1$

Ejercicio 5 – Hallar las raíces de

- a) $x^2 + 2|x|$
- b) $x^2 + 5|x| + 6$
- c) $x^2 + |2x + 1|$

Ejercicio 6 – Resolver

- a) $x^2 + x + |x| + 1 = 0$
- b) $|x^2 - 9| + |x^2 - 4| = 5$

Ejercicio 7 – Calcular

- a) 2^4
- b) 2^{-4}
- c) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$
- d) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$
- e) $4^{\frac{1}{2}}$
- f) $4^{-\frac{1}{2}}$
- g) $(\sqrt{6})^4$
- h) $(\sqrt[5]{7})^{10}$
- i) $\left(\sqrt[4]{\frac{3}{7}}\right)^{-8}$
- j) $\left(\sqrt[4]{\sqrt{2}}\right)^{16}$

Ejercicio 8 – Calcular

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{20} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-19}$

c) $\sqrt[3]{7^{10}} \cdot \frac{1}{(\sqrt[3]{7})^4}$

d) $\frac{5^2}{5^{-3}}$

e) $\frac{4^{-2}}{4^{-5}}$

f) $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{5}}$

Ejercicio 9 – Resolver las siguientes ecuaciones

a) $\sqrt{2^x} = 16$

b) $x^4 = \frac{1}{2^{-3} \cdot 0,5}$

c) $\frac{2^{-x}}{4} - 8 = 0$

d) $2^{x+1} + 2^{x-1} = 40$

e) $2^{3x^2-2x-1} = 1$

f) $5^{x+2} + 3 \cdot 5^{x+1} - 8 = 0$

g) $5^x + 5^{1-x} = 6$

Ejercicio 10 – Calcular

a) $\log_2 16$

b) $\log_3 27$

c) $\log_{\frac{1}{2}} 4$

d) $\ln e^{\frac{4}{5}}$

e) $\log_{25} 5$

h) $\log_3 \left(\frac{81}{3^3}\right)$

i) $\log_3(10+71)$

j) $\ln(\sqrt[5]{e^2})$

k) $\log_4 \left(\frac{5^2+25}{25}\right)$

l) $\log_{\sqrt{2}} 8$

f) $\log_{\frac{1}{25}} 5$

g) $\ln\left(\frac{1}{e^2}\right)$

m) $\log_{\sqrt{6}} 36$

n) $\log_{\sqrt{5}} 25^{\frac{1}{3}}$

Ejercicio 11 – Calcular

a) $\log_3\left(\frac{81}{3^3}\right)$

b) $\ln (3e^3)^{\frac{3}{5}}$

c) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{4 \cdot 2^{-4}}$

d) $\log_{\sqrt{5}} \left(\frac{25^{\frac{1}{3}}}{125}\right)$

e) $\log_{\frac{4}{5}} \left[\left(\sqrt[3]{\frac{25}{16}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^3 \right]$

f) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[5]{3 \cdot 9^{-1}}$

g) $\log_3 \left(3^{\frac{\log_1(27)}{3}} \right)$

Ejercicio 12 – Calcular

a) $\log_3 \left(\log_{\frac{1}{3}} \left(\left(\frac{1}{3} \right)^2 \right) \right)$

b) $\log_2(20) + \log_2\left(\frac{2}{5}\right)$

c) $\log_2(\log_2(8.2))$

d) $\log_{10}(0,2) + \log_{10}(0,1) + \log_{10}(0,05)$

e) $\ln(e^2) - \ln e$

f) $\log_3(\ln(e^3)) + \log_3 \left(\ln \left(e^{\left(\frac{1}{3} \right)} \right) \right)$

Ejercicio 13 – Calcular aproximadamente

a) Sabiendo que $\log_{10} 4 \cong 0,6$

Calcular:

1) $\log_4 10$

2) $\log_4 100$

3) $\log_4 25$

4) $\log_4 50$

b) Sabiendo que $\log_3 10 \cong 2,1$

Calcular:

1) $\log_3 30$

2) $\log_3 0,01$

3) $\log_{\left(\frac{1}{3}\right)} 100$

4) $\log_{\sqrt{3}}(0,3)$

Ejercicio 14

a) Si el logaritmo de x en base 5 es $\frac{3}{2}$ ¿Cuál es el logaritmo de 5 en base x?

b) ¿Es cierto que $\log_b a = \log_{b^2}(a^2)$?

c) Hallar k y x tales que $\log_k x = 2$, $\log_{\left(\frac{k}{2}\right)} x = 3$

d) Si $\log_a x > 0$, $\log_a y < 0$

¿Es cierto que $x > y$?

Ejercicio 15

Calcular:

a) $\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(N)} + \frac{1}{\log_{\frac{3}{2}}(N)} + \frac{1}{\log_{\frac{4}{3}}(N)} + \dots + \frac{1}{\log_{\left(\frac{N}{N-1}\right)}(N)}$

b) Si $\log_a x = 3, \log_a y = 2$

Calcular:

1) $\log_a(\sqrt{y} \cdot \sqrt[3]{x})$

2) $\log_{\frac{1}{a}}(x \cdot y)$

3) $\log_{(a^2)}\left(\frac{x}{y}\right)$

Ejercicio 16 – Calcular

a) $-\log_8(\log_4(\log_2 16))$

b) $2^{\log_3 5} - 5^{\log_3 2}$

Ejercicio 17 – Resolver

a)
$$\frac{\log_8\left(\frac{8}{x^2}\right)}{(\log_8 x)^2} = 3$$

b)
$$\sqrt{\log_2(x^4)} + 4 \log_4\left(\sqrt{\frac{2}{x}}\right) = 2$$

Ejercicio 18 – Resolver

a)
$$4^{\frac{1}{1+x}} = 2^x$$

b)
$$\left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$$

c)
$$x^{\log_2 x} = 2^9$$



EJERCICIOS Adicionales

Ejercicio A1

La suma de dos números naturales a y b es de 42 y su producto es 360 ¿Cuál es la suma de sus

recíprocos $\frac{1}{a}$ y $\frac{1}{b}$? ¿Se puede calcular esa suma sin averiguar los números?

Ejercicio A2

¿Verdadero o falso?

- a) La suma de tres pares es par
- b) La suma de tres impares es par
- c) El producto de un par por una suma de tres impares es par
- d) El producto de dos impares es impar

Ejercicio A3

La cantidad de pasos que da una persona al caminar durante un minuto (N), dividida por la longitud de un paso en metros (P) es aproximadamente 140.

- a) Si la longitud es $P=0,80$ ¿Cuál es la velocidad en metros por minuto? ¿Y en kilómetros por hora?
- b) Calcule su propia velocidad a partir de su longitud de paso P
- c) Si doy 70 pasos por minuto ¿Cuál es la longitud de mi paso?

Ejercicio A4

- a) Si 326 automóviles pesan 521 toneladas ¿Cuántas toneladas pesan 732 automóviles?
- b) Carlos y Laura corren la misma velocidad en una rotonda, pero Laura empezó más tarde. Si cuando Laura dio 5 vueltas, Carlos dio 15 ¿Cuántas habrá dado Carlos cuando Laura dio 15?
- c) Con 10kg de harina hago 13kg de pan ¿Cuántos haré con 23kg de harina?
- d) Cuelgo 3 toallas en una soga y se secan en 12 horas. Si el vecino cuelga 6 toallas ¿Cuánto tardarán en secarse?
- e) La locomotora de un tren mide 12m. Si se conectan a la locomotora 4 vagones, el tren mide 52m. ¿Cuánto medirá si se conectan 8?

Ejercicio A5

En los torneos de fútbol se obtienen 3 puntos por partido ganado, 1 por empatado y 0 por perdido. ¿Cuáles son los posibles puntajes de un equipo que jugó 10 partidos? ¿Y n partidos?

Ejercicio A6

En los torneos de fútbol de primera división de Argentina hay 20 equipos, cada uno juega 38 partidos por temporada y descienden de categoría los dos equipos de peor promedio de puntos por partido en las últimas tres temporadas. Cuando un equipo es nuevo en la primera división, se le promedian los puntos por partido de esa única temporada.

a) ¿Cómo se puede saber, entre un equipo nuevo y uno que jugó las 3 temporadas, cual tiene mejor promedio al finalizar la temporada, sin realizar divisiones?

b) Faltando jugar un solo partido para terminar la temporada, ya se sabe que un equipo va a descender. El otro descenso se dirime entre el equipo A, que es nuevo, y el equipo B, que jugó las tres temporadas.

Hasta el momento, A tiene x puntos en la temporada y B tiene, sumando las 2 temporadas anteriores y los puntos de esta, $3x + 4$

Probar que:

- 1) Si A gana el último partido, B desciende cualquiera sea el resultado que obtenga.
- 2) Si A empata o pierde el último partido, A desciende cualquiera sea el resultado que obtenga B.

Ejercicio A7

Un producto aumenta de precio el día 2 del mes, y luego, el día 15, baja un 20%, llegando a un precio que es un 12% inferior al del día 1 ¿Cuál fue el porcentaje de aumento del día 2?

Ejercicio A8

¿En que porcentaje hay que aumentar el radio de un círculo para obtener otro cuyo área sea un 44% mayor?

Ejercicio A9

Una empresa ofrece a sus empleados dos posibilidades de aumento de sueldo: la primera, un 15% de aumento más una suma fija de \$100. La segunda, un 10% de aumento mas una suma fija de \$150 ¿Cómo debe ser el sueldo de un empleado para que le convenga la primer propuesta?

Ejercicio A10

Si la temperatura promedio de los 10 primeros días de abril fue 20 grados, y la de los 20 días restantes fue 17 grados, entonces la temperatura promedio de abril fue:

- 1) 16 grados 2) 17 grados 3) 18 grados 4) 19 grados 5) 20 grados

Ejercicio A11 – Resolver

a) $|2x - 3| + |3x - 2| < 5$

b) $|2x - 3| - |3x - 2| < 3$

$$c) |7x - 4| + |2x| > 8$$

$$d) |3 - 5x| + |3x - 2| \geq 4$$

Ejercicio A12

El largo ℓ y el ancho a de un terreno rectangular son tales que $70 \leq \ell \leq 72$ y $54 \leq a \leq 56$. Calcular entre que valores pueden variar el área y el perímetro del terreno.

Ejercicio A13

En la ciudad hay dos empresas proveedoras de Internet por banda ancha. La empresa A cobra un abono fijo de \$45 por mes, más \$0,20 por minuto. La B cobra \$0,35 por minuto, pero no cobra abono fijo.

a) ¿Qué empresa le conviene a una persona que se conecta 4 horas y media por mes?

b) Un cliente de la empresa A y otro de la B se conectaron la misma cantidad de minutos en el mes. ¿Es posible que hayan pagado lo mismo? ¿Cuántos minutos habrán estado conectados?

c) Una persona asegura que le conviene la empresa A ¿Se puede decir algo sobre cuantos minutos al mes se conecta?

Ejercicio A14

Probar que si a y $b \in \mathbb{R}$ entonces $|a + b| \leq |a| + |b|$

Ver en que casos es una igualdad y en cuales una desigualdad estricta

Ejercicio A15

Demostrar que

$$1) \text{ Si } |a| \leq 3 \text{ y } |b| \leq 1 \text{ entonces } |a - 2b| \leq 5$$

$$2) \text{ Si } |a| \leq 2 \text{ y } |b| \leq 1 \text{ entonces } |a - 3b^2| \leq 5$$

$$3) \text{ Si } |a| \leq 1 \text{ y } |b| \leq 3 \text{ entonces } a^2 + b^2 \leq 10$$

Ejercicio A16

El genio de la lámpara le dijo a Aladino que pensaba compartir su fortuna con su amo (o sea, con Aladino). Para ello, Aladino debía elegir un porcentaje $P\%$ que el genio conservaría para sí; del resto, Aladino se quedaría con el $P\%$, y el remanente sería nuevamente para el genio de la lámpara.

¿Cómo debe elegir P Aladino para quedarse con la mayor cantidad de dinero posible? ¿Cuánto representa esa cantidad del total de la fortuna del genio?

Ejercicio A17 – Simplificar

$$\log_4 \left(\frac{x^2}{4} \right)$$

Calcularlo para $x = -2$

Ejercicio A18

El interés anual que paga un banco por depósitos a plazo fijo es del 10% ¿En cuanto tiempo se duplicará un capital de \$3000 a esta tasa, si al finalizar cada año se reinvierte el capital y los intereses? ¿Y si fuera un capital inicial de \$5000?

Ejercicio A19

La altura de un proyectil que es disparado desde 120 metros del suelo puede describirse mediante la fórmula $-15t^2 + 30t + 120$

Donde t es el tiempo transcurrido, medido en segundos

- Hallar la altura máxima del proyectil
- ¿Cuánto tarda el proyectil en caer al suelo?

Ejercicio A20

La suma de dos números es 10, y la suma de sus cuadrados es 60. Hallar los números.

Ejercicio A21

Hallar todas las soluciones de la ecuación

$$x^{\log_{10} x} = 10$$

Ejercicio A22

Se numeran de 1 a n las páginas de un libro. Al sumar estos números, por error uno de ellos se suma dos veces, obteniendo el resultado (incorrecto) 1986 ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuál es el número de la página que se sumo dos veces?

Ejercicio A23

Un ahorrista de Inflandia tiene \$1000 y decide colocarlos en el banco Segurola, que paga un interés del $R\%$ mensual. El ahorrista sabe que revirtiendo mensualmente el capital y los intereses, va a obtener, en $2n$ meses, un capital \$56000 mayor que haciendo la misma operación sólo en n meses.

- ¿Cuánto capital va a tener en $3n$ meses?
- Si se sabe que $1 - r^2 = 2r$, donde $r = \frac{R}{100}$ ¿Cuánto vale n ?



EJERCICIOS para el colectivo

Decidir cual es la respuesta correcta**Ejercicio C1**

Si $0 < a$, $0 < b$, y el 14% de a menos el 28% de b es lo mismo que el 7% de a , entonces:

- 1) a es el doble de b
- 2) b es la cuarta parte de a
- 3) $b > a$
- 4) $b > \frac{a}{2}$
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C2

Si $0 < b < a$, y el 20% de a menos el 20% de b es 50, entonces $a - b$ es:

- 1) 10
- 2) 120
- 3) 180
- 4) 250
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C3

En una línea de producción se ensamblan pantalones en la primera sección, dejando el agregado de cierres y botones para la segunda sección. Una empresa de tecnología industrial ofrece acelerar los tiempos de la línea de producción incorporando nueva tecnología que permitirá reducir el tiempo de la primera sección un 10% y el de la segunda un 25%. Después de la incorporación de la nueva maquinaria, el tiempo de trabajo sumado de ambas secciones se redujo un 15%. Entonces, antes de la incorporación de la nueva tecnología, el tiempo de trabajo de la primera sección era:

- 1) El mismo que la segunda
- 2) El doble que la segunda
- 3) El triple que la segunda
- 4) El cuádruple que la segunda
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C4

El capitán Hook llena la bodega de su galeón y se sabe que en esas condiciones su tripulación puede sobrevivir 30 días en alta mar. Al tiempo de partir se entera que debe transportar otros marineros equivalentes al 50% de su tripulación ¿Cuántos días puede sobrevivir la gente embarcada en esas condiciones?

- | | | |
|------------|------------|------------------------------|
| 1) 10 días | 3) 20 días | 5) Ninguna de las anteriores |
| 2) 15 días | 4) 25 días | |

Ejercicio C5

Los 9 empleados de la pizzería “Fast Faina” ganan, en promedio, \$500. Si el dueño incorpora un repartidor con un sueldo de \$300, entonces los empleados ganarían en promedio:

- 1) \$400
- 2) \$450
- 3) \$480
- 4) \$500
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C6

Un inversor piensa retirar el 40% del dinero que posee en una cuenta bancaria y el 20% de otra. Si el capital de la primer cuenta es el doble que el de la segunda ¿Qué porcentaje del total del dinero de ambas cuentas piensa retirar?

- 1) 10%
- 2) 33,33%
- 3) 51,25%
- 4) 78%
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C7

En Ciudad Gótica el 80% de la gente votaría a Batman antes que a Superman, pero en Metrópolis solo lo haría el 40%. Si en Ciudad Gótica la población es la cuarta parte que en Metrópolis ¿Qué porcentaje de gente de ambas ciudades votaría a Batman?

- 1) 60%
- 2) 48%
- 3) 40%
- 4) 30%
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C8

Un container para exportación es llenado completamente con botellas de vino y frascos de mermelada orgánica. El exportador contrata a una empresa de embalajes quien le asegura que reordenando los productos puede hacer que las botellas ocupen el 40% del espacio que ocupan actualmente, y los frascos el 60%.

Si una vez finalizada la reorganización queda libre la mitad del container ¿Qué porcentaje del container ocupaban originalmente las botellas?

- 1) 10%
- 2) 20%
- 3) 30%
- 4) 50%
- 5) 90%

Ejercicio C9

El 40% de los empleados de una empresa son mujeres, pero al fusionarse con su competidora, que la duplica en personal, el porcentaje de hombres y mujeres es el mismo. ¿Cuál es el porcentaje de mujeres de la competidora?

- 1) 40%
- 2) 45%
- 3) 50%
- 4) 55%
- 5) 60%

Ejercicio C10

Juan va al gimnasio y utiliza la cinta. Si quema el triple de calorías corriendo que caminando, y por cada minuto caminado corre 3 minutos ¿Qué porcentaje del total de calorías quemadas en la cinta las consume corriendo?

- 1) 50%
- 2) 70%
- 3) 80%
- 4) 90%
- 5) 95%

Ejercicio C11

Una fábrica utiliza en cierta sección 5 operarios con sueldos de \$10 por día, 5 de \$40 por día y 5 de \$50 por día.

Si la fábrica accede a cierto reclamo gremial, deberá llevar todos los sueldos de esa sección a \$100 por día. Si del costo total actual en sueldos de la fábrica, el de esa sección representa el 20% ¿Cuánto más pagará en sueldos si acata el reclamo del gremio?

- 1) 10%
- 2) 20%
- 3) 30%
- 4) 40%
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C12

10 computadoras de un tipo pueden calcular en 4 minutos una órbita completa de un satélite artificial. Por otra parte, 3 de otro tipo hacen el mismo trabajo en 6 minutos ¿Qué fracción de la órbita pueden calcular si las 13 máquinas trabajan juntas durante 1 minuto?

- 1) $\frac{1}{5}$
- 2) $\frac{2}{7}$
- 3) $\frac{5}{12}$
- 4) $\frac{7}{12}$

- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C13

El señor Spock ha calculado que ha pasado la tercera parte de su vida durmiendo y otra tercera parte trabajando. Del resto del tiempo, ha pasado $\frac{2}{3}$ partes perdiendo su tiempo y el tiempo remanente divirtiéndose. Su jefe, llamado Kirk, le impone nuevas obligaciones que lo condenan, según sus cálculos, a cambiar su vida, debiendo incrementar en un tercio sus horas actuales de trabajo, tomando dicho tiempo en partes iguales del que dispone para perder y para divertirse. La proporción final entre horas de trabajo y de diversión resulta ser:

- 1) El doble
- 2) Cuatro veces
- 3) Seis veces
- 4) Ocho veces
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C14

En un banco, después del cierre (cuando ya no ingresan más clientes), el número de personas en la fila de la caja 1 es 120, y el de la caja 2 es solo 45. El cajero de la caja 1 demora lo mismo con cada cliente. También el de la caja 2, pero el cajero de la caja 1 es 3 veces más veloz que el de la caja 2.

¿Cuánta gente estará en la fila de la caja 1 cuando falten 9 personas para ser atendidas en la caja 2?

- 1) 7
- 2) 12
- 3) 18
- 4) 25
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C15

El padre de Dexter compra varios packs de gaseosas, de modo tal que Dexter demoraría 15 días en tomarla. Si el primo de Dexter, que consume el triple de gaseosa que Dexter, vino de visita y la gaseosa solo duró 9 días ¿Cuántos días estuvo de visita el primo?

- 1) 1 día
- 2) 2 días
- 3) 3 días
- 4) 6 días
- 5) 8 días

Ejercicio C16

Nerón dijo que de los 4 caminos que conducen a Roma, el más largo tiene una longitud igual a la suma de los otros 3, aunque los dos más cortos suman la mitad del segundo más largo. El segundo más largo mide entonces:

- 1) $\frac{2}{3}$ del más largo

- 2) $\frac{1}{10}$ del mas largo
- 3) $\frac{1}{2}$ del mas largo
- 4) $\frac{1}{3}$ del mas largo
- 5) $\frac{1}{4}$ del mas largo

Ejercicio C17

Se sabe que a, b y c son números distintos y que además deben ser algunos de los siguientes -2, 4 y $\frac{1}{3}$

El menor valor que puede tomar la expresión $\frac{a}{b.c}$ es

- 1) $-\frac{1}{6}$
- 2) 0
- 3) $\frac{1}{3}$
- 4) -3
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C18

Juan gana el doble que Pedro, quien a su vez gana el 50% de lo que gana Miguel. Por su parte, Demetrio gana la mitad de Romina, quien gana el doble que Juan. El que más gana es:

- 1) Pedro
- 2) Juan
- 3) Demetrio
- 4) Miguel
- 5) Romina

Ejercicio C19

Una persona sabe que en un bar 3 medialunas y un café con leche cuestan lo mismo que una medialuna, un jugo y un café chico. Como el café chico cuesta la mitad que el café con leche, entonces el jugo cuesta:

- 1) Mas que dos medialunas y un café con leche
- 2) Menos que el café chico

- 3) Menos que dos medialunas
- 4) Mas que dos medialunas
- 5) Ninguna de las anteriores

Ejercicio C20

Decidir cual es el mayor

a) $\log_4 5$ o $\log_{\frac{1}{16}} \frac{1}{25}$

b) $\log_2 3$ o $\log_{\frac{1}{4}} 5$

c) $\log_5 7$ o $\log_8 3$

Ejercicio C21

¿Cuántas soluciones tienen las siguientes ecuaciones?

a) $2^{|x^7 - 3x^2 + 100|} = \frac{1}{3}$

b) $(\pi - 3)^{|x^5 + x^{\frac{1}{3}}|} = \frac{1}{2}$

c) $3^{2(x-4)^2 - 2x^2 - 32 + 16x} = 1$